

УДК 538.975.535.361

**О КОНЦЕНТРАЦИОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ СПЕКТРА  
РАМАН-РАССЕЯНИЯ ПОЛУМАГНИТНОГО  
ПОЛУПРОВОДНИКА  $Hg_{1-x}Mn_xTe$**

**Т.Г.ИСМАИЛОВ**

*Бакинский Государственный Университет*

*tariyel.i@gmail.com*

Рассмотрено Раман-рассеяние на электронных возбуждениях в полумагнитных полупроводниках (ПМП)  $Hg_{1-x}Mn_xTe$  с инверсной зонной структурой при наличии классически сильного магнитного поля. Проведен расчет дифференциального эффективного сечения (ДЭС) межзонного Раман-рассеяния для  $zz$  геометрии. Показано, что ДЭС зависит от обменных параметров и концентрации магнитных ионов. Установлено, что пик, соответствующий резонансной частоте при  $H=0$ , расщепляется на четыре линии с включением магнитного поля.

**Ключевые слова:** полумагнитные полупроводники, инверсная зонная структура, электронное Раман-рассеяние.

В полумагнитных полупроводниках (ПМП)  $Hg_{1-x}Mn_xTe$ ,  $Hg_{1-x}Mn_xSe$ ,  $Cd_{1-x}Mn_xTe$  спектр носителей сильно модифицируется из-за обменного взаимодействия их спинов со спинами магнитных примесей [1-5]. Параметры электронных состояний в таких полупроводниках легко перестраиваются при изменении концентрации магнитных примесей, температуры или приложенного магнитного поля. Мощными методами исследования таких состояний являются измерение резонансного поглощения света во внешнем магнитном поле и, особенно, электродипольных резонансов, а также Раман - рассеяние [6-8]. Анализ гамильтониана взаимодействия показал, что эффект обменного взаимодействия может быть включен в уже существующие модели энергетических структур полупроводников [1-5,9,10]. Можно предположить, что обменное взаимодействие между спинами свободных носителей и локализованных d-электронов на узле  $R_i$  описывается (в молекулярном приближении) гамильтонианом Гейзенберга типа [10]:

$$H_{\text{int}} = \sum_{\mathbf{R}_i} J(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i) \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{s}_i \quad (1)$$

$J(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i)$  - представляет собой обменный интеграл, центрированный на узле  $\mathbf{R}_i$ ,  $\mathbf{S}_i$  - спин иона марганца, а  $\mathbf{s}_i$  - спин носителя. Эта возможность имеет место, благодаря тому, что обменное взаимодействие зависит только лишь от спина электрона и его можно учесть, введя эффективный  $g^*$  - фактор, который при низких температурах сильно зависит от температуры и может достигать огромных значений [1-5].

Огромные и регулируемые значения  $g^*$  - фактора прямо указывают на то, что эти материалы могут применяться для изготовления перестраиваемого лазера, в частности, спин - флип лазера, на основе Раман – рассеяния [1-3].

Более того, исследование смещений частот дает прямую информацию о величине  $g^*$  - фактора, а также о значении концентрации магнитных ионов и величине обменного взаимодействия.

В настоящей статье рассмотрено Раман-рассеяние на электронных возбуждениях в полумагнитных полупроводниках (ПМП)  $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$  с инверсной зонной структурой при наличии классически сильного магнитного поля. Проведен расчет дифференциального эффективного сечения (ДЭС) межзонного Раман-рассеяния для  $zz$  и  $xz$  геометрий. Показано, что ДЭС зависит от обменных параметров и концентрации магнитных ионов. Установлено, что пик, соответствующий резонансной частоте при  $H=0$ , с включением магнитного поля расщепляется на четыре линии.

### **Энергетический спектр и волновые функции электронов и дырок в классически сильном магнитном поле в ПМП с инверсной зонной структурой**

Гамильтониан с учетом обменного взаимодействия записывается в виде:

$$\hat{H} = \frac{\mathbf{P}^2}{2m_0} + V(\mathbf{r}) + \frac{\hbar}{4m_0^2 c^2} (\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V) \mathbf{P} + \mu_0 \mathbf{H} \boldsymbol{\sigma} + \sum_{\mathbf{R}_i} J(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i) \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{s}_i, \quad (2)$$

где  $\mathbf{P} = \mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{A}$  - вектор-потенциал магнитного поля,  $e$  - абсолютное значение заряда электрона,  $m_0$  – масса свободного электрона,

$\mu_0 = \frac{eH}{2m_0c}$  - магнетон Бора,  $V(\mathbf{r})$  - периодический потенциал решётки,

$\sigma$  - спиновый оператор Паули, с собственными значениями  $\sigma = \pm 1$ .

Решаем уравнение Шредингера

$$\hat{H}\Psi(\mathbf{r}) = \varepsilon\Psi(\mathbf{r}) \quad (3)$$

В двухзонной модели Кейна с учетом обменного взаимодействия для спектра и волновых функций для произвольного  $\mathbf{k}$  получаем следующие выражения:

$$\Psi_{ck\downarrow}(\mathbf{r}) = c_{\downarrow} \left( u_3 + \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\varepsilon_{\downarrow} + B}{\varepsilon_{\downarrow} + B/3} \cdot \frac{k_z}{k_+} u_4 + \frac{\varepsilon_{\downarrow} + B}{\varepsilon_{\downarrow} - B/3} \cdot \frac{k_-}{k_+} u_5 \right) \cdot e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (4)$$

$$\varepsilon_{\downarrow} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c} - \frac{B}{3}, \quad c_{\downarrow} = \left[ 1 + \frac{4}{3} \left( \frac{\varepsilon_{\downarrow} + B}{\varepsilon_{\downarrow} + B/3} \right)^2 \frac{k_z^2}{k_{\perp}^2} + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_{\downarrow} + B}{\varepsilon_{\downarrow} - B/3} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

$$\Psi_{ck\uparrow}(\mathbf{r}) = c_{\uparrow} \left( u_6 + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\varepsilon_{\uparrow} - B}{\varepsilon_{\uparrow} + (B/3)} \frac{k_+}{k_-} u_4 + \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\varepsilon_{\uparrow} - B}{\varepsilon_{\uparrow} - (B/3)} \frac{k_z}{k_-} u_5 \right) \cdot e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (6)$$

$$\varepsilon_{\uparrow} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c} + \frac{B}{3}, \quad c_{\uparrow} = \left[ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{\varepsilon_{\uparrow} - B}{\varepsilon_{\uparrow} + B/3} \right)^2 + \frac{4}{3} \left( \frac{\varepsilon_{\uparrow} - B}{\varepsilon_{\uparrow} - B/3} \right)^2 \frac{k_z^2}{k_{\perp}^2} \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

$$\Psi_{lk\downarrow}(\mathbf{r}) = u_1 e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad \varepsilon_{l\downarrow} = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_l} - \varepsilon_g + A, \quad A = \frac{1}{2} \alpha N_s \langle S_z \rangle$$

$$\Psi_{lk\uparrow}(\mathbf{r}) = u_2 e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad \varepsilon_{l\uparrow} = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_c} - \varepsilon_g - A, \quad B = \frac{1}{2} \beta N_s \langle S_z \rangle, \quad (8)$$

здесь  $\langle S_z \rangle = B_{\frac{J}{2}}(g_{Mn} \cdot \mu_0 H / k_0 T)$ , где  $B_J(x)$ -функция Бриллюэна, соответствующая полному спину  $J$ ;

$$B_J(x) = ((2J+1)/J) \cdot \text{cth}(((2J+1)/2J)x - (2J)^{-1} \cdot \text{cth}(x/2J)), \quad (9)$$

$$\Psi_{hk\downarrow}(\mathbf{r}) = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{k_+}{k} u_3 + \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{k_-}{k} u_5 - \frac{k_z}{k} \frac{k_-}{k_+} u_6 \right) \cdot e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}},$$

$$\Psi_{hk\uparrow}(\mathbf{r}) = \left( -\frac{k_z}{k} \cdot \frac{k_+}{k} u_3 + \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{k_+}{k} u_4 - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{k_-}{k} u_6 \right) \cdot e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}, \quad (10)$$

$$\varepsilon_{h\downarrow} = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_h} - B, \quad \varepsilon_{h\uparrow} = -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_h} + B, \quad k_{\pm} = (k_x \pm ik_y) / \sqrt{2}.$$

В (4) - (10)  $c$ ,  $l$  и  $h$  обозначают, соответственно, зону проводимости, зоны легких дырок и тяжелых дырок,  $\uparrow, \downarrow$  указывают на спиновые состояния,  $N_s$  - концентрация парамагнитных ионов,  $\alpha = \langle S | J | S \rangle$ ,  $\beta = \langle X | J | X \rangle$ ;  $u_1, u_2, \dots, u_6$  -Блоховские множители,  $|S\rangle$ ,  $|X\rangle$  - атомные  $s$  и  $p$  функции.

Из (4) – (10) видно, что обменное взаимодействие приводит к расщеплению зон на спиновые подзоны. Используя полученные спектр и волновые функции мы вычислили дифференциальное эффективное сечение Раман-рассеяния. Поскольку, в общем случае оно имеет громоздкий вид, ниже мы приводим выражение ДЭС только для ZZ геометрии.

### Спектр рассеяния

На рис.1а показана зонная структура ПМП  $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$ , в точке  $\Gamma$  (при малых значениях концентрации магнитных ионов  $\text{Mn}^{2+}$ ;  $x=0.02$ ) и схематически возможный процесс межзонного электронного Раман-рассеяния (МЭРР). При наличии магнитного поля из-за обменного взаимодействия энергетические уровни расщепляются на спиновые подуровни. Вследствие этого число возможных процессов увеличивается до четырех;  $(h\uparrow) \rightarrow (c\uparrow)$ ,  $(h\downarrow) \rightarrow (c\downarrow)$ ,  $(h\uparrow) \rightarrow (c\downarrow)$ ,  $(h\downarrow) \rightarrow (c\uparrow)$ . Эти процессы схематически показаны на рис.1б.

Для ZZ геометрии ДЭС МЭРРС имеет нижеследующий вид:

$$\frac{d^2 S_{zz}}{d\Omega d\omega} = \frac{\sqrt{2} r_0^2 m_0^2 P^4 \mu^{3/2}}{45\pi^2 \hbar^6} \cdot \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} [K_1 + K_2 + K_3 + K_4], \quad (11)$$

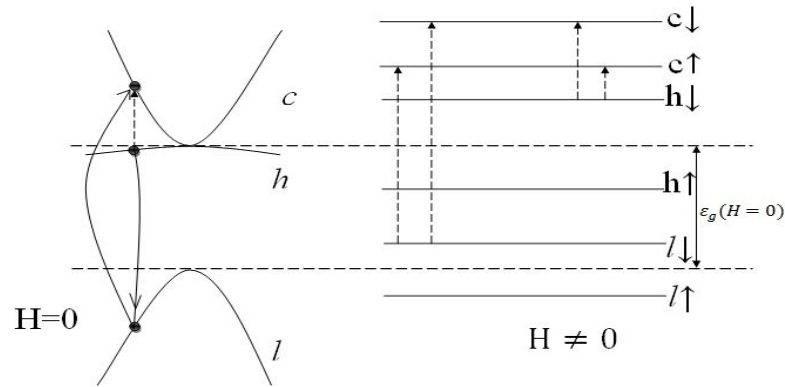
где

$$K_1 = \left( \hbar\omega + \frac{2}{3}B \right)^{1/2} \cdot \left| \frac{1}{\varepsilon_s + \hbar\omega_0 - A + \frac{5}{3}B + \hbar\omega} + \frac{1}{\varepsilon_s - \hbar\omega_0 - A + \frac{5}{3}B + 2\hbar\omega} \right|^2,$$

$$K_2 = (\hbar\omega + \frac{4}{3}B)^{1/2} \cdot \left| \frac{1}{\varepsilon_g + \hbar\omega_0 - A + \frac{7}{3}B + \hbar\omega} + \frac{1}{\varepsilon_g - \hbar\omega_0 - A + \frac{7}{3}B + 2\hbar\omega} \right|^2, \quad (12)$$

$$K_1 = (\hbar\omega - \frac{4}{3}B)^{1/2} \cdot \left| \frac{1}{\varepsilon_g + \hbar\omega_0 - A + \frac{7}{3}B + \hbar\omega} + \frac{1}{\varepsilon_g - \hbar\omega_0 - A + \frac{7}{3}B + 2\hbar\omega} \right|^2,$$

$$K_1 = (\hbar\omega - \frac{2}{3}B)^{1/2} \cdot \left| \frac{1}{\varepsilon_g + \hbar\omega_0 - A + \frac{5}{3}B + \hbar\omega} + \frac{1}{\varepsilon_g - \hbar\omega_0 + A - \frac{5}{3}B + 2\hbar\omega} \right|^2.$$



**Рис.1.** а) Зонная структура ПМП  $Hg_{1-x}Mn_xTe$  в точке  $\Gamma$  в случае  $H = 0$  и возможный процесс МЭРР;

б) возможные процессы МЭРР в  $Hg_{1-x}Mn_xTe$  в случае  $H \neq 0$

В обычном случае [11], т.е. в немагнитном полупроводнике (когда  $A=0$ ,  $B=0$ ), имеет место лишь один процесс МЭРРС ( $h$ ) $\rightarrow$ (c), тогда как в случае ПМП таких процессов – четыре (для  $Hg_{1-x}Mn_xTe - B < 0$ ): ( $h\uparrow$ ) $\rightarrow$ ( $c\uparrow$ ), ( $h\downarrow$ ) $\rightarrow$ ( $c\downarrow$ ), ( $h\uparrow$ ) $\rightarrow$ ( $c\downarrow$ ), ( $h\downarrow$ ) $\rightarrow$ ( $c\uparrow$ ). При  $\hbar\omega = (4/3)B$  имеет место два процесса ( $h\downarrow$ ) $\rightarrow$ ( $c\uparrow$ ) ( $h\downarrow$ ) $\rightarrow$ ( $c\downarrow$ ) а с увеличением магнитного поля, при  $\hbar\omega = \frac{4}{3}B$  включаются процессы ( $h\uparrow$ ) $\rightarrow$ ( $c\uparrow$ ), ( $h\uparrow$ ) $\rightarrow$ ( $c\downarrow$ ). Из (12) следует, что возникают резонансы на частотах

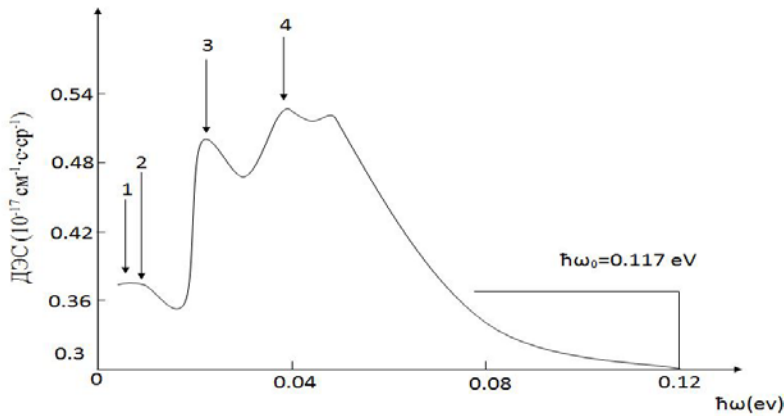
$$\begin{aligned} \hbar\omega_{R1} &= (\hbar\omega_0 - \varepsilon_g + A - \frac{5}{3}B)/2, \\ \hbar\omega_{R2} &= (\hbar\omega_0 - \varepsilon_g + A - \frac{7}{3}B)/2, \\ \hbar\omega_{R3} &= (\hbar\omega_0 - \varepsilon_g + A + \frac{7}{3}B)/2, \\ \hbar\omega_{R4} &= (\hbar\omega_0 - \varepsilon_g + A + \frac{5}{3}B)/2. \end{aligned} \quad (13)$$

Резонансные условия содержат в себе параметры  $\varepsilon_g$ ,  $A$  и  $B$ . Следовательно, по измеренной в эксперименте резонансной частоте можно определить эти параметры.

### Обсуждение результатов

Отметим, что рассеяние может быть как резонансным ( $\hbar\omega_0 > \varepsilon_g$ ), так и нерезонансным ( $\hbar\omega_0 < \varepsilon_g$ ). (см. формулы (11), (12)).

Пусть  $\hbar\omega_0 < \varepsilon_g$ . На рис.2 приведена зависимость ДЭС МЭРРС от энергии сдвига для этого случая. При построении графика использованы следующие параметры:  $T = 4,2K$ ,  $H = 10^3 \text{ \AA}\tilde{n}$ ,  $\hbar\omega_0 = 0,117 \text{ eV}$ ,  $x = 0,02$ ,  $\varepsilon_g = 0,3 \text{ eV}$ ,  $N_s\alpha = 0,7 \text{ eV}$ ,  $N_s\beta = -1,4 \text{ eV}$ . При  $\hbar\omega \leq (2/3)B$  имеет место два процесса ( $h\downarrow \rightarrow c\uparrow$ ) ( $h\downarrow \rightarrow c\downarrow$ ) а с увеличением частоты сдвига, при  $\hbar\omega > (4/3)B$  включаются процессы ( $h\uparrow \rightarrow c\uparrow$ ), ( $h\uparrow \rightarrow c\downarrow$ ) и все четыре процесса участвуют в рассеянии. С дальнейшим ростом  $\hbar\omega$  ДЭС стремится к нулю, благодаря фактору  $(\omega - \omega_0)/\omega_0$ .



**Рис.2.** Зависимость ДЭС МЭРР от энергии сдвига  $\hbar\omega$  для нерезонансного случая в ПМП  $Hg_{0.98}Mn_{0.02}Te$  при  $H=10^3$  Гс. Процессы рассеяния:

1.  $(h \downarrow) \rightarrow (c \uparrow)$ , 2.  $(h \downarrow) \rightarrow (c \downarrow)$ , 3.  $(h \uparrow) \rightarrow (c \uparrow)$ , 4.  $(h \uparrow) \rightarrow (c \downarrow)$

При  $\hbar\omega_0 > \varepsilon_g$  рассеяние происходит резонансно и резонансные условия определяются формулами (13). Видно, что в отличие от обычного полупроводника, что соответствует  $A=0$ ,  $B=0$ , имеющийся у него один резонансный пик расщепляется на четыре резонансных пика. Частоты резонансов при этом линейно зависят от концентрации магнитных ионов.

Это позволяет определить величины  $N_s\alpha$  и  $N_s\beta$  и следовательно отношение обменных параметров  $\alpha$  и  $\beta$  по значениям резонансных частот.

С помощью формул (13) можно провести сравнительный анализ концентрации магнитных ионов, т.е. по положениям резонансных линий излучения можно сравнивать разные образцы и сортировать их по возрастанию концентрации ионов. Если даже неизвестны  $\varepsilon_g$  и один из параметров  $\alpha$  или  $\beta$  для того, чтобы определить концентрацию магнитных ионов, достаточно регистрировать резонансные линии при двух значениях магнитного поля.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ляпилин И.И., Цидильковский И.М. Узкощелевые полумагнитные полупроводники. УФН, 1985, в.1, с. 35-72.
2. Furdyna J.K. and Kossut J. Semiconductors and Semimetals, 25, Academic, N.Y., 1988
3. Nikitin P.I., Savchuk A.I. Sov. Phys. Usp., 33, 974, 1990.
4. Цидильковский И.М. УФН, 1992, т.162 в.2, с. 63-105.
5. Miura N. Physics of Semiconductors in High Magnetic Fields. Oxford University Press Inc., New York, 2008, 361p.
6. Кропотов Г.И., Рубо Ю.Г., Хазан Л.С., Шека В.И. Письма ЖЭТФ, т.53, в.1, 1991, с. 34-37.
7. Witowski A., Pastor K., Furdyna J.K. Phys. Rev. B, 1982, 26, 931.
8. Stepnievski. R. Solid St. Comm., 1986, 58, 19.
9. Dobrowolska M., et. al. Phys. Rev. B, 1984, 29, 6652.
10. Bastard G., Rigaux C., Mucielski A. Phys.Stat.Sol.(b), 1977, v.79, pp.585-593.
11. Burstein E., Mills D., Wallis R.F. Interband electronic Raman scattering in semimetals and semiconductors. Phys. Rev. B4, 1971, p.2429-2437.

#### YARIMMAQNIT $Hg_{1-x}Mn_xTe$ YARIMKEÇIRICİLƏRİNDƏ RAMAN SPEKTRİNİN KONSENTRASIYA ASILILIĞI

T.H.İSMAYILOV

#### XÜLASƏ

İnvers zonalı yarımmaqnit  $Hg_{1-x}Mn_xTe$  yarımkeçiricilərində klassik mənada güclü maqnit sahəsində electron həyacanlanmalarından doğan Raman səpilməsinə baxılmışdır. Zonalararası Raman-səpilməsi üçün ZZ polyarlaşmasında diferensial effektiv kəsik (DEK) hesablanmışdır. Göstərilmişdir ki, DEK mübadilə parametrlərindən və maqnit ionlarının kon-

sentrasiyasından asılıdır. Müəyyən edilmişdir ki, maqnit sahəsi olmayan hala uyğun rezonans piki maqnit sahəsində dörd pikə parçalanır.

**Açar sözlər:** yarımagnit yarımkeçiricilər, invers zona guruluşu, elektron Raman səpilməsi..

**ON CONCENTRATION DEPENDENCIES OF RAMAN SPECTRUM  
OF  $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$  SEMIMAGNETIC SEMICONDUCTORS**

**T.H.ISMAYILOV**

**SUMMARY**

The Raman scattering on electronic excitations in  $\text{Hg}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$  semimagnetic semiconductors (SMS) with inverted band structure is considered in the strong classical magnetic field. The differential cross section (DCS) of the interband Raman-scattering is calculated for ZZ geometry. It is shown that DCS depends on the exchange parameters and concentration of magnetic ions. It is found that the resonant peak in the zero magnetic field is split on four lines in the nonzero magnetic field.

**Key words.** Semimagnetic semiconductors, inverted band structure, electron Raman scattering

*Поступило в редакцию: 14.06.2013 г.*

*Подписано к печати: 17.10.2013 г.*